

Faire la différence...

De la recherche à la pratique

Une série de monographies sur la mise en pratique de la recherche produite en collaboration par le Secrétariat de la littératie et de la numératie et l'Ontario Association of Deans of Education.

Monographie de recherche n° 59

Comment les enseignants peuvent-ils cultiver la réflexion en mathématique?

Créer un climat propice à la réflexion en mathématique

Christine Suurtamm, Brenna Quigley et Jill Lazarus
Université d'Ottawa

Ils peuvent :

- fournir un environnement propice à l'exploration et à l'apprentissage collaboratif où les élèves sentent qu'ils peuvent prendre des risques
- présenter des problèmes riches et encourager les interactions de qualité entre les élèves
- créer une communauté apprenante axée sur les conversations mathématiques
- poser des questions pertinentes et écouter les réflexions des élèves

CHRISTINE SUURTAMM est professeure agrégée en enseignement des mathématiques et directrice du laboratoire Pi de l'Université d'Ottawa.

BRENNA QUIGLEY est doctorante à la faculté d'éducation de l'Université d'Ottawa et membre de l'équipe de recherche du laboratoire Pi.

JILL LAZARUS est doctorante à la faculté d'éducation de l'Université d'Ottawa et membre de l'équipe de recherche du laboratoire Pi. Elle enseigne aussi dans une école secondaire.

Les idées contemporaines sur l'apprentissage des mathématiques privilégient les pratiques qui mettent en valeur la voix de l'élève et développent son raisonnement en l'encourageant à explorer de grandes idées dans le cadre d'enquêtes mathématiques.^{1,2} Pour que les mathématiques aient un sens, elles doivent être apprises dans un environnement scolaire qui soutient les élèves dans leurs explorations, dans la représentation et dans l'établissement de liens entre les concepts mathématiques par l'entremise de discussions dans le contexte de la résolution de problèmes.^{3,4} Les pratiques d'enseignement qui encouragent l'apprentissage par l'enquête peuvent être difficiles à adopter parce qu'elles ne sont pas normatives. Pour encourager l'enquête, les enseignants doivent poser des questions qui provoquent une réflexion chez l'élève. Ils doivent aussi écouter les réflexions des élèves et y réagir de manière à développer leur raisonnement mathématique et leur confiance comme mathématiciens.³

Poser des questions pertinentes et encourager les élèves à s'appuyer sur les idées de leurs pairs leur donne une voix et leur permet de développer leur pensée critique en mathématiques.⁶ En partageant leurs idées, ils apprennent que les mathématiques sont beaucoup plus qu'un ensemble de règles, et que les nouveaux points de vue sont possibles et valorisés.⁷ Encourager les élèves à développer et formuler leurs propres stratégies au lieu de leur imposer un ensemble de règles et de procédures les encourage à s'appropriier et s'engager dans les situations d'apprentissage en mathématiques.⁸ Cette approche nécessite un environnement où les

La Division du rendement des élèves a pour objectif de fournir, aux enseignantes et enseignants, les résultats de la recherche actuelle sur l'enseignement et l'apprentissage. Les opinions et les conclusions exprimées dans ces monographies sont, toutefois, celles des auteurs; elles ne reflètent pas nécessairement les politiques, les opinions et l'orientation du ministère de l'Éducation de l'Ontario ou celles de la Division du rendement des élèves.

élèves sentent qu'ils peuvent prendre des risques en explorant de nouvelles stratégies qui n'aboutissent pas forcément à une solution. Établir des normes sociomathématiques portant, par exemple, sur la façon de formuler des arguments mathématiques ou d'apporter une justification valable, peut éclairer les élèves sur les façons de discuter et de respecter les idées des autres.⁹

Implications pour la pratique : étude de cas

La description suivante de la façon dont Angela enseigne les mathématiques à sa classe de huitième année met en lumière les pratiques qui favorisent le bien-être des apprenants.

Créer des environnements positifs et sécurisants

Angela se souvient de la frustration qu'elle ressentait dans son cours de mathématiques. Elle écoutait sans entendre un seul mot parce qu'elle ne comprenait pas. Pour elle, les mathématiques étaient une langue étrangère. Elle se rappelle l'isolement profond qu'elle ressentait et évite de le reproduire dans sa salle de classe. Comme enseignante, elle s'efforce de créer un climat de classe sécurisant et inclusif où les élèves sont interpellés par les mathématiques et se sentent à l'aise de partager leurs idées. Elle partage l'enthousiasme de ses élèves quand ils expriment de nouvelles idées ou de nouvelles façons d'envisager un sujet. Elle favorise un *état d'esprit en développement* plutôt qu'un *état d'esprit fixe* et amène ainsi ses élèves à se voir comme des apprenants compétents en mathématiques.¹⁰

Pour créer cet environnement dans votre salle de classe :

- Utilisez des ressources telles que du matériel de manipulation, de grandes feuilles de papier, des marqueurs, une caméra ou autres pour permettre aux élèves de partager leurs réflexions, entre eux et avec la classe, et pour faciliter les représentations multiples et les interactions entre élèves.
- L'environnement de collaboration qui prend forme lorsque le travail des élèves est visible et que les élèves et l'enseignant peuvent se déplacer et interagir permet aussi aux élèves d'expérimenter avec des idées et des points de vue différents et d'approfondir leur compréhension conceptuelle sur leurs connaissances antérieures.

- Ces interactions complexes, si elles sont assorties de rétroactions pertinentes et constructives, respectent la voix des élèves tout en les mettant au défi de réfléchir plus en profondeur aux idées mathématiques.

Proposer des situations d'apprentissage riches

Angela utilise souvent le congrès de mathématique qui commence par présenter un problème comme celui-ci :

Dans une première épreuve de tir à la corde, quatre grenouilles d'un côté et cinq bonnes fées de l'autre finissent à égalité. Dans une deuxième épreuve de tir à la corde, un dragon d'un côté et deux bonnes fées et une grenouille de l'autre finissent à égalité. La troisième épreuve de tir à la corde oppose un dragon et trois bonnes fées d'un côté et quatre grenouilles de l'autre. Qui remportera la troisième épreuve?

Après avoir présenté la tâche, Angela observe les élèves qui travaillent en dyade pour écrire leurs idées, solutions et stratégies. Les élèves peuvent utiliser une variété d'objets, tels que des cubes emboîtables et des jetons bicolores, pour construire des modèles mathématiques, formuler des conjectures et établir des liens entre leurs idées. En travaillant le problème, ils établissent des liens avec ce qu'ils ont déjà appris en classe (p. ex., le raisonnement proportionnel ou les taux unitaires) ou avec leurs expériences de vie (p. ex., jouer à Pokémon), ou ils trouvent de nouvelles façons de raisonner (en utilisant la substitution de façons qui rappellent le raisonnement algébrique). Les situations d'apprentissage en mathématiques présentent plusieurs occasions d'apprentissage et encouragent les interactions de qualité entre élèves.¹²

Quelques pistes pour bien choisir des situations d'apprentissage en mathématiques :

- Les situations d'apprentissage peuvent être appréhendées sous plusieurs angles et permettent une diversité d'approches. Elles peuvent créer pour les élèves des espaces ouverts pour participer et partager leurs réflexions de manière à ce qu'ils puissent tous travailler le problème et réussir.
- Les tâches qui sont exigeantes sur le plan cognitif et qui font appel à divers modes de résolution de problèmes offrent aux élèves des possibilités de réflexion et de discussion sur les mathématiques et les incitent ainsi à développer leurs idées.^{13,14}

- Précipiter l'exploration dans le cadre d'une situation d'apprentissage peut priver les élèves d'occasions d'explorer la résolution de problèmes et de prendre de l'assurance à leur façon.
- Offrir aux élèves l'occasion d'explorer les mathématiques sans la pression associée aux étapes et aux procédures imposées peut stimuler leur réaction et leur participation, assurer leur engagement et, surtout, améliorer leur compréhension des mathématiques.

Créer une communauté apprenante axée sur les conversations mathématiques

Pendant que les élèves poursuivent l'activité, Angela se déplace parmi eux en validant et en valorisant le travail des élèves. Elle utilise un questionnement efficace pour les encourager à approfondir leurs idées et leur compréhension conceptuelle. Quand les élèves ont travaillé le problème pendant environ 45 minutes, Angela demande aux groupes de présenter leurs solutions à la classe. Elle s'inspire de ses observations pour décider de l'ordre de présentation, permettre à la classe de connaître une variété de stratégies et associer les diverses représentations de stratégies semblables. Après chaque présentation, les élèves sont invités à décrire ce que le groupe a présenté, à demander des précisions, à préciser ce qui a été présenté et parfois même à proposer une correction ou une autre façon d'aborder le problème. La méthode d'Angela est comparable à ce que les chercheurs appellent la communauté de dialogue sur les mathématiques. Il s'agit d'une communauté où les élèves sont encouragés à poser des questions et à expliquer leur pensée. Ainsi, les élèves deviennent une source d'idées mathématiques (p. 81).¹

Écoute interprétative et écoute évaluative

« Quand Angela écoutait les réponses des élèves, nous avons observé quelques cas de ce que Davis qualifie d'écoute évaluative, c'est-à-dire qu'elle écoutait pour entendre une réponse, mais beaucoup plus souvent, nous avons observé une écoute interprétative qui avait pour but d'interpréter, de comprendre et de trouver un sens à la pensée de l'élève. »

Quelques pistes pour créer une communauté apprenante axée sur les conversations mathématiques

- Les questions et les explications des élèves sont importantes pour développer la pensée et ancrer la compréhension des élèves.
- Pendant ce processus, les élèves peuvent comparer et associer leurs idées et stratégies à celles des autres.
- Dans cet environnement, tant les élèves que les enseignants sont respectés quand ils posent des questions.

Poser des questions pertinentes et écouter les réflexions des élèves

Le genre de questions que pose l'enseignant et sa façon d'écouter et de réagir aux réponses des élèves jouent un rôle important dans le développement de la pensée mathématique.¹⁵ Notre analyse a révélé qu'Angela posait certains types de question pour susciter la réflexion chez ses élèves. Le tableau 1 contient des exemples de ces types de question.

Tableau 1. Types de questions et exemples qui suscitent la réflexion

Type de question	Exemple de la classe d'Angela
Chercher une autre méthode	Vous avez utilisé une stratégie. Y a-t-il une autre stratégie que vous pourriez utiliser pour résoudre le problème?
Lancer de nouveaux défis	Alors maintenant, que devrions-nous faire?
Encourager l'interaction dans le groupe	D'accord. Veux-tu expliquer à Émilie ce que tu fais?
Encourager la logique	Pourquoi est-ce logique selon toi?

Passer d'une écoute évaluative à une écoute interprétative peut aider l'enseignant à décider comment réagir à la pensée mathématique et comment la soutenir. Plusieurs des questions que pose Angela lui donnent l'occasion d'exercer une écoute interprétative. « Peux-tu m'expliquer ceci? » « Qu'est-ce qui t'a fait penser aux taux unitaires? » « Qu'as-tu découvert en faisant cela? » Nous avons observé qu'elle profitait de ces occasions en utilisant les réponses des élèves pour mieux comprendre et approfondir leur réflexion. Chaque question qu'elle posait découlait de la réponse antérieure de l'élève.

Utiliser des questions pour susciter la réflexion des élèves et y réagir

- Poser des questions, écouter et réagir à la réflexion des élèves encourage les interactions dans le groupe et enrichit la compréhension des mathématiques.
- Poser des questions qui facilitent l'écoute interprétative incite les élèves à réfléchir et crée des occasions d'écouter leurs réflexions.
- Poser des questions comme celles présentées au tableau 1 peut aider à susciter la réflexion chez les élèves.

Un aperçu de la pratique en classe

Dans la classe d'Angela, le questionnement, l'écoute et la réaction aux réflexions des élèves favorisent divers types de pensée mathématique. Par exemple, en réponse au problème du tir à la corde, un groupe d'élèves a utilisé des cubes de couleurs différentes pour représenter les grenouilles, les dragons et les bonnes fées. Ils ont établi des égalités et fait des substitutions exerçant ainsi leur raisonnement

algébrique. Un autre groupe d'élèves a adopté une stratégie de substitution semblable en utilisant des symboles plutôt que des cubes. On a aussi vu les élèves utiliser le raisonnement proportionnel et des notions d'équivalence en faisant appel aux taux unitaires et aux fractions équivalentes. Ils ont représenté leurs idées mathématiques de façons différentes en utilisant le matériel de manipulation, des mots, des images, des symboles ou des associations avec des expériences de vie.

Nos observations confirment qu'en partageant leurs stratégies individuelles, les élèves ont approfondi leur compréhension du problème et de leurs propres solutions. Quand ils posaient des questions sur les travaux des autres ou qu'ils les décrivaient, il s'est avéré que non seulement le partage des solutions aide les élèves à se constituer un répertoire de stratégies, mais il leur donne aussi l'occasion d'associer leurs solutions à d'autres représentations et d'autres façons d'appréhender les mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

1. Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C. et Sherin, M. G. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 81–116.
2. National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author.
3. Doerr, H. (2006). Examining the task of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 3–24.
4. Steinberg, R., Empson, S. B. et Carpenter, T. P. (2004). Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 237–267.
5. Suurtamm, C. (2012). Assessment can support reasoning and sense making. *Mathematics Teacher*, 106, 29–33.
6. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
7. Boaler, J. et Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematics ideas: Middle school video cases to support teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
8. Lawson, A. (2007). Learning mathematics vs following "rules": The value of student-generated methods. *What Works? Research into Practice*. Toronto: Ontario Ministry of Education.
9. Yackel, E. et Cobb, P. (1996) Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458–477.
10. Boaler, J. (2013). Ability and mathematics: The mindset revolution that is reshaping education. *Forum*, 55, 143–152.
11. Fosnot, C. et Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work*. Portsmouth, NH: Heinemann.
12. Bruce, C. D. (2007). Student interaction in the math classroom: Stealing ideas or building understanding. *What Works? Research into Practice*. Toronto: Ontario Ministry of Education.
13. Boston, M. D. (2012). Assessing the quality of mathematics instruction. *Elementary School Journal*, 113, 76–104.
14. Smith, M. S. et Stein, M. K. (2011). *Five Practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA.
15. Mason, J. (2014). Questioning in mathematics education. Dans S. Lerman (éd.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 513–519). Dordrecht, Netherlands: Springer.
16. Davis, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 355–376.