

Faire la différence...

De la recherche à la pratique

Une série de monographies sur la mise en pratique de la recherche produite en collaboration par la Division du rendement des élèves et l'Ontario Association of Deans of Education.

Monographie n° 34

Comment les élèves apprennent-ils le fonctionnement des problèmes écrits?

Les problèmes mathématiques écrits

Établir un lien entre le vocabulaire, les mathématiques et la vie

Richard Barwell, Ph.D.
Université d'Ottawa

Selon la recherche

- Les élèves peuvent souvent éprouver des difficultés avec les problèmes écrits car ils les abordent de façon trop réaliste ce qui les mène à suspendre leurs aptitudes dans la construction du sens.
- Les élèves provenant de milieux socioéconomiques défavorisés et ceux provenant de minorités culturelles ou linguistiques tendent à éprouver de plus grandes difficultés avec les problèmes écrits.
- Lorsqu'ils créent eux-mêmes leurs problèmes écrits, les élèves savent bien mathématiser les situations en s'appuyant sur des scénarios issus de leur vécu ou de leurs expériences personnelles.
- Le défi consiste à utiliser cette capacité de manière à ce que les élèves arrivent à répondre correctement à des problèmes écrits encore jamais abordés.

RICHARD BARWELL travaille à l'Université d'Ottawa. Son activité professorale porte sur l'enseignement des mathématiques. Dans ses travaux de recherche, il s'intéresse à la question du rôle que joue le vocabulaire dans l'apprentissage des mathématiques, contribuant ainsi aux domaines de l'enseignement des mathématiques et de la linguistique appliquée. Il a récemment édité un livre sur le multilinguisme en classe de mathématiques (*Multilingualism in Mathematics Classrooms: Global Perspectives*).

Pour arriver à résoudre ces problèmes, les élèves doivent apprendre à les lire correctement. Il n'est pas suffisant d'uniquement décoder les mots ou d'extraire les opérations arithmétiques : les élèves doivent apprendre à lire entre les lignes et comprendre nos attentes. Prenons l'exemple d'un problème écrit provenant d'un test de 3^e année de l'Office de la qualité et de la responsabilité en éducation (OQRE) :

Steven reçoit 5 \$ pour chaque paquet de journaux distribués. Il désire acheter un jeu dont le coût est de 18 \$. Combien de paquets de journaux Steven doit-il distribuer afin d'avoir suffisamment d'argent pour acheter le jeu?

Qui est Steven? Combien y a-t-il de journaux dans un paquet? Quel est ce jeu qu'il désire acheter, et pourquoi son prix est-il si bas? Dans le cadre d'un test de l'OQRE, ces questions ne sont pas pertinentes – ce qui n'empêche certainement pas les élèves de les poser alors qu'ils cherchent à associer le contexte réel du problème à une tâche mathématique^{1,2,3}.

Souvent, les élèves combinent les nombres du problème d'une façon qui peut sembler illogique, ou ils présentent des solutions invraisemblables. Par exemple, un élève pourrait répondre que Steven doit livrer 3,6 paquets, alors que répondre 4 paquets constituerait une réponse plus vraisemblable. On associe de telles réponses à un phénomène de « suspension de construction du sens »⁴. La difficulté pour les élèves pourrait néanmoins être que les problèmes eux-mêmes ne sont pas réalistes, mais plutôt présentés sous forme de « représentations stylisées d'expériences hypothétiques »⁵. Fait paradoxal, certains élèves abordent les problèmes écrits de façon trop réaliste et y ajoutent des éléments qui ne sont pas pertinents comme des expériences précises liées aux journaux ou à des enfants nommés Steven.

Comment peut-on alors aider les élèves à comprendre les problèmes écrits afin qu'ils soient en mesure de les interpréter correctement et de les résoudre?

La Division du rendement des élèves a pour objectif de fournir, aux enseignantes et enseignants, les résultats de la recherche actuelle sur l'enseignement et l'apprentissage. Les opinions et les conclusions exprimées dans ces monographies sont, toutefois, celles des auteurs; elles ne reflètent pas nécessairement les politiques, les opinions et l'orientation du ministère de l'Éducation de l'Ontario ou celles de la Division du rendement des élèves.

Résoudre les problèmes écrits de manière réaliste (sans être trop réaliste)

Les élèves provenant de milieux socioéconomiques défavorisés et ceux provenant de minorités culturelles ou linguistiques tendent à avoir un taux de réussite inférieur du fait qu'ils abordent les problèmes écrits de façon trop réaliste^{6,7}. Ces élèves peuvent avoir du mal à relever les éléments pertinents au problème à partir de considérations réalistes.

La résolution d'un problème écrit peut sembler un simple procédé de traduction de mots en une expression mathématique afin de la résoudre. Verschaffel, Greer et de Corte⁴ affirment que cette approche « fermée », par laquelle on s'attend de l'élève qu'il ne fasse qu'utiliser l'information qui lui est présentée et l'appliquer à une méthode mathématique en particulier, est simpliste et mène à la suspension de construction du sens. Selon eux, en utilisant une approche « ouverte », l'élève a recours à différentes sources d'information pour résoudre le problème d'une façon plus réaliste. Cette approche peut être présentée en quatre étapes principales : 1) comprendre le problème, 2) mathématiser la situation ou le problème, 3) procéder à une analyse mathématique, 4) interpréter et communiquer les résultats.

En classe, les élèves travaillant sur l'exemple de problème de l'OQRE donné précédemment pourront : 1) faire une recherche afin de connaître le prix de différents jeux et le salaire d'un livreur de journaux selon son itinéraire; 2) mathématiser le problème en une suite d'additions, une suite de soustractions, une division ou une multiplication; 3) effectuer leurs calculs à l'aide de différentes méthodes; 4) interpréter leurs résultats de différentes façons avant de les communiquer aux autres élèves.

Cette approche possède plusieurs points en commun avec la notion plus large de résolution de problèmes décrite dans le programme-cadre de mathématiques de l'Ontario. Les élèves utilisant cette approche ouverte de résolution de problèmes écrits sauront mieux s'adapter et résoudre des problèmes nouveaux comme ceux que l'on retrouve en situation de test.⁴

À quel genre de texte les problèmes écrits appartiennent-ils?

Le genre de texte des problèmes écrits est plutôt particulier. La plupart des problèmes écrits possèdent les caractéristiques générales suivantes⁸ :

1. Leur structure est composée de trois parties : le contexte, les renseignements et la question. Dans notre exemple de l'OQRE, le scénario mentionne Steven, la livraison de journaux et un jeu. Les renseignements sont les profits de 5 \$ par paquet de journaux livrés et le prix de 18 \$ pour le jeu. La question demande le nombre de paquets que doit livrer Steven.
2. Les renseignements fournis par le contexte sont arbitraires. Steven pourrait recevoir 8 \$ par paquet de journaux et il pourrait économiser en vue d'acheter une planche à roulettes. Si l'on considère la façon d'interpréter les mots et de déterminer la tâche mathématique, le problème demeure le même.
3. Ils utilisent des temps de verbe, une position dans le temps et des références ambigus. Par exemple, il est curieux que Steven *gagne* plutôt que Steven *a gagné* 5 \$ pour chaque paquet livré. La question, posée dans un présent intemporel, suggère qu'il livre toujours les journaux. Plusieurs aspects du contexte ne sont que sous-entendus. On ne nous affirme pas explicitement qu'il livre les journaux, on nous dit seulement qu'il reçoit 5 \$ par paquet de journaux. Ces caractéristiques peuvent représenter un défi particulièrement difficile à surmonter pour les élèves inscrits au programme d'actualisation linguistique en français (ALF) ou au programme d'appui aux nouveaux arrivants (PANA).

À quels aspects les élèves portent-ils attention?

L'examen des problèmes rédigés par les élèves permet d'entrevoir les caractéristiques dont ils ont conscience, autant du point de vue de la tâche mathématique que de la forme du texte. Au cours d'une étude, j'ai enregistré des élèves de 5^e année groupés en équipes de deux élèves et occupés à écrire plusieurs problèmes. Mon analyse de ces enregistrements, dont les extraits qui suivent, démontre que les élèves portent attention à au moins trois aspects des problèmes écrits : genre de texte, structure mathématique et expérience personnelle^{9,10}.

Les élèves portent attention au genre de texte....

Courtney : J'ai cent cinquante autos dans mon magasin. Regroupe-les en trois groupes.

On va voir si tu es astucieux.

Zeb : Ça n'a même pas de sens.

Courtney : Oui, ça en a.

Zeb : C'est quoi la question alors?

Courtney : Heu, divise cent cinquante autos en trois groupes.

L'approche « ouverte » par opposition à l'approche « fermée »

L'approche « fermée » est simpliste. On s'attend à ce que les élèves procèdent à la traduction de mots en une expression mathématique, ce qui mène souvent à la suspension de construction du sens.

L'approche « ouverte » est réaliste. Les élèves sont encouragés à utiliser différentes sources d'information pour résoudre le problème de façon à ce qu'il ait un sens pour eux.

L'idée première de Courtney permet de voir qu'il est conscient du fait qu'un problème écrit nécessite un contexte. Les élèves ont presque toujours commencé en pensant à un contexte plutôt qu'à une équation mathématique. La réponse de Zeb démontre qu'il sait qu'un problème écrit comporte généralement une question. Lorsque Courtney dit « on va voir si tu es astucieux », on devine qu'il connaît l'un des objectifs des problèmes écrits.

Les élèves portent attention à leur expérience personnelle...

Safia : Je sais [...] mille personnes étaient au centre commercial, non, chez Ikea.

Rahim : (*en interrompant*) ouais, Ikea.

Safia : C'est grand chez Ikea. La dernière fois que j'y suis allée, il y avait trop de monde.

Safia fait appel à son expérience du magasin de meubles pour justifier le choix du nombre mentionné dans son problème. Elle rend le contexte plausible. Cette façon d'utiliser l'expérience personnelle a été fréquemment observée au cours de l'étude, parfois sous forme de brefs commentaires et parfois sous forme de longues discussions portant sur des sujets comme l'argent de poche ou les visites au supermarché. Ces discussions portaient toujours sur des sujets liés aux problèmes écrits des élèves.

Les élèves portent attention à la structure mathématique...

Courtney : OK alors, il y a cent quatre-vingts cerveaux dans la morgue. [pause de 25 secondes]

Jackson : Hummm... Quatre-vingt-dix ont été enlevés, combien il en reste?

Courtney : Non non non, non non, on les a déplacés alors. La moitié, c'est quoi la moitié de quatre-vingt-dix? Quarante-cinq? Quatre monstres sont venus, et ont pris, et ont mangé, en ont mangé quarante-cinq chacun.

Jackson : Huh?

Courtney : Quatre monstres sont venus et en ont mangé quarante-cinq chacun, ouais, si quatre monstres sont venus et ont mangé chacun quarante-quatre.

Courtney et Jackson discutent assez soigneusement de la structure mathématique de leur problème en incorporant les opérations et les nombres à utiliser tout en considérant la relation entre les nombres : ils sont plongés dans des raisonnements mathématiques de grande valeur et très révélateurs. Encore une fois, il s'agit d'un type de discussion fréquemment observé et menant souvent à des modifications du problème, ce qui suggère que les élèves sont capables de lier les mots d'un problème à une opération mathématique.

Ces trois aspects faisant l'objet de l'attention des élèves sont étroitement liés. On fait appel à l'expérience personnelle pour donner un sens à la structure mathématique sous-jacente et pour interpréter le contexte du problème écrit. Il est nécessaire de comprendre la structure des problèmes écrits pour arriver à mathématiser le contexte. Lorsqu'ils créent seuls des problèmes écrits, les élèves savent bien mathématiser les situations en s'appuyant sur des considérations du monde réel. Le défi consiste à utiliser cette capacité de manière à ce que les élèves arrivent à répondre correctement à des problèmes écrits encore jamais abordés.

Quelles sont les répercussions sur l'enseignement en classe?

Établir la relation entre le genre de texte et la structure mathématique

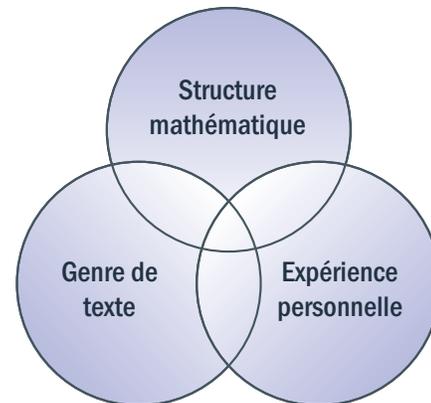
- Demandez aux élèves de comparer deux problèmes de contextes différents, mais dont la structure mathématique est la même. Discutez des différences et des similitudes entre les deux, tout en soulignant que les contextes peuvent être changés sans avoir à modifier la structure mathématique et les calculs sous-jacents. Par exemple, comparez les deux contextes suivants :

Steven gagne 5 \$ pour chaque voiture qu'il lave. Il désire acheter une planche à roulette dont le coût est de 18 \$. Combien de voitures Steven doit-il laver afin d'avoir suffisamment d'argent pour acheter la planche à roulette?

Steven reçoit 5 \$ pour chaque paquet de journaux distribués. Il désire acheter un jeu dont le coût est de 18 \$. Combien de paquets de journaux Steven doit-il livrer afin d'avoir suffisamment d'argent pour acheter le jeu?

- Demandez aux élèves de composer des problèmes écrits à partir d'un calcul mathématique donné (p. ex., $30 \div 5 = 6$). Comparez les différents problèmes et leurs solutions, puis discutez des différentes représentations textuelles (p. ex., grammaire, syntaxe, vocabulaire) de la structure mathématique sous-jacente.
- Donnez fréquemment aux élèves l'occasion de mathématiser des problèmes écrits; demandez-leur de réécrire le problème de façon à changer les opérations mathématiques nécessaires pour le résoudre. Par exemple, présentez aux élèves un problème d'addition dont le scénario implique un barbecue et demandez-leur de le transformer en problème de multiplication, tout en conservant le plus possible le scénario du barbecue.

Les élèves portent attention à trois aspects des problèmes écrits



Répercussions sur l'enseignement en classe

Pour en savoir davantage sur les ressources du SLN

Consultez le Guide *Comment accéder aux ressources du SLN... Imprimées, multimédias et en ligne* à <http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/publications.html>

Téléphone :
416 325-2929
1 800 387-5514

Courriel :
LNS@ontario.ca

Chacune de ces activités devrait être suivie d'une discussion portant sur le vocabulaire utilisé dans les problèmes écrits des élèves et sur la relation entre ce vocabulaire et la tâche mathématique sous-jacente.

Établir la relation entre l'expérience personnelle et la structure mathématique

- Invitez les élèves à revoir un problème écrit donné dans le but de le rendre plus compréhensible ou plus réaliste. Par exemple, dans le cadre d'un problème écrit décrivant un scénario où l'on fait des emplettes, les élèves pourraient effectuer une recherche sur les prix actuels et modifier le problème en fonction des résultats.
- Demandez aux élèves de créer et de résoudre des problèmes écrits se rapportant à des événements récents de leur vie comme un voyage, une sortie pour faire du magasinage ou une partie de hockey. Il est important que ces événements soient proposés par les élèves.

Chacune de ces activités devrait être suivie d'une discussion portant sur les façons qu'utilisent les élèves pour construire les problèmes écrits. Cette discussion devrait également porter sur leurs expériences personnelles ou sur les autres composantes du programme-cadre qui sont pertinentes à la résolution de ces problèmes.

Établir la relation entre l'expérience personnelle et le genre de texte

- Invitez les élèves à se plonger dans le contexte des problèmes écrits en les élargissant de différentes façons (p. ex., dans un problème de conception de jardin, demandez aux élèves de dessiner le jardin; utilisez un problème mentionnant une excursion scolaire et demandez aux élèves de préparer une courte pièce de théâtre ou d'écrire une histoire présentant ce qui s'est passé au cours de l'excursion).
- Demandez aux élèves de démontrer le lien entre leur travail et la solution du problème.

À la suite de chaque activité, discutez du rôle du contexte dans les problèmes écrits tout en soulignant que certains détails ne sont pas pertinents à la tâche mathématique.

En résumé

Les problèmes écrits peuvent être exigeants pour les élèves. Une approche ouverte aux problèmes écrits devrait faire progresser les élèves et les aider à comprendre, à mathématiser, à analyser et à communiquer dans un contexte de situations et de problèmes concrets. Les activités comme celles présentées dans la présente monographie favorisent une meilleure compréhension du fonctionnement des problèmes écrits en tant que textes. La compréhension de la structure d'une histoire permet aux élèves de devenir de meilleurs lecteurs d'histoires. De façon similaire, la compréhension de la structure et des différentes parties d'un problème écrit peut aider les élèves à devenir de meilleurs lecteurs et à mieux résoudre les problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

1. COOPER, B. et T. HARRIES. « Making sense of realistic word problems: portraying working class 'failure' on a division with remainder problem », *International Journal of Research & Method in Education*, vol. 28, 2005, p. 147–169.
2. FUSON, K. C. « Research on whole number addition and subtraction », dans D. A. GROUWS, éd., *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York, NY: MacMillan, 1992, p. 243–275.
3. REUSSER, K. et R. STEBLER. « Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modeling in schools », *Learning and Instruction*, vol. 7, 1997, p. 309–327.
4. VERSCHAFFEL, L., B. GREER et E. DE CORTE. *Making sense of word problems*, Lisse, Pays-Bas : Swets and Zeitlinger, 2000.
5. LAVE, J. « Word problems: A microcosm of theories of learning », dans P. LIGHT, et G. BUTTERWORTH, éd., *Context and cognition: Ways of learning and knowing*, Hemel Hempstead, R.-U. : Harvester Wheatsheaf, 1992, p. 74–92.
6. COOPER, B. et M. DUNNE. *Assessing children's mathematical knowledge: Social class, sex and problem-solving*, Buckingham, R.-U. : Open University Press, 2000.
7. SECADA, W. G. « Degree of bilingualism and arithmetic problem solving in Hispanic first graders », *The Elementary School Journal*, vol. 92, 1991, p. 213–231.
8. GEROFISKY, S. « A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education », *For the Learning of Mathematics*, vol. 16, n° 2, 1996, p. 36–45.
9. BARWELL, R. « Working on arithmetic word problems when English is an additional language », *British Educational Research Journal*, vol. 31, 2005, p. 329–348.
10. BARWELL, R. « Integrating language and content: issues from the mathematics classroom », *Linguistics and Education*, vol. 16, 2005, p. 205–218.

Autres ressources

ONTARIO. Ministère de l'Éducation. *Le curriculum de l'Ontario de la 1^{re} à la 8^e année, Mathématiques*, révisé, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2005.

ONTARIO. Ministère de l'Éducation. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année – Fascicule 2, Résolution de problèmes et communication*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2006.

Faire la différence... *De la recherche à la pratique* est mise à jour tous les mois et publiée sur le site Web

www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/whatWorks.html

ISSN 1913-1097 Faire la différence... *De la recherche à la pratique* (imprimé)

ISSN 1913-1100 Faire la différence... *De la recherche à la pratique* (en ligne)